

قائمة بال Computational Complexity Classes

فارس الحربي¹

faares@acm.org

المسودة الأولى، 21 مارس 2021

¹طالب رياضيات، مهتم بعلوم الحاسب النظرية.

ملخص

ستجد هنا قائمة باللغة العربية للـ Complexity Classes المشهورة، تحتوي على تعريفاتها وبعض خصائصها المميزة، ولفهم بعض التفاصيل التقنية
يا صديقي القارئ أنت بحاجة إلى معرفة بسيطة في نظرية الحوسبة Computation Theory .

• مُهداةُ إليك أيها القارئ، لعلك تكون طفلاً صغيراً فتستنيرُ ثم تكبر وتُضيف، أو رجلاً كبيراً تستعينُ بها على شأنٍ كبير، أو كهلاً .. ترى فيها عودةً لماضٍ جميل.

المحتويات

3 Computational Complexity Theory	مقدمة عن نظرية التعقيد الحسابي	1.0
4	الأصناف	2.0
4	P	1.2.0
4	NP	2.2.0
4	NP-Complete	3.2.0
4	Co-NP	4.2.0

1.0 مقدمة عن نظرية التعقيد الحسابي Computational Complexity Theory

نظرية التعقيد الحسابي Computational Complexity Theory هي النظرية التي تهتم بدراسة تعقيد المشاكل وتصنيفها إلى أصناف ومعرفة العلاقات بين هذه الأصناف المختلفة، بحيث تقدم هذه النظرية إطاراً رياضياً عاماً يمكننا من تصنيف هذه المشاكل بناءً على أمرين: الوقت المستغرق لتنفيذ الحل، والمساحة التي نحتاجها لتطبيقه، ويتم قياس هذان الأمران بأشكال مختلفة، بناءً على مفاهيم رياضية تم تطويرها خلال القرن الماضي على يد علماء مختلفين، ينبغي على قارئ هذه القائمة أن يكون على علم ومعرفة بهذه المفاهيم حيث أننا لن نتطرق لها هنا.

بشكل عام تُقسّم هذه المشاكل من حيث نوعها إلى نوعين، النوع الأول يسمى بمشاكل القرار Decision Problems وهي مشاكل تقتضي طبيعتها الإجابة بقرار إما نعم أو لا، ويتم صياغتها على شكل أسئلة وجودية، مثلاً "هل يوجد عناصر متكررة؟"، "هل هناك بداخل الرسم المخططي دائرة؟" وما إلى ذلك، النوع الثاني وهي مشاكل الأمثلية Optimization Problems وهي المشاكل التي نهتم فيها بإيجاد قيم قصوى إما علوية Maximum أو سفلية Minimum، ويتم صياغتها بشكلٍ حديّ فيه نزوعٌ إلى الحد المطلوب، مثلاً: "ما أقصر مسار بين نقطتين؟"، "ما هو العنصر الأكثر تكراراً؟" وما إلى ذلك، وفي هذه القائمة سنورد بعض الأمثلة التي ستفيد القارئ وستوضح له المطلوب.

هذه الأصناف لديها أصناف جزئية وأصناف أخرى مرافقة نستخدمها لتمييز مدى التعقيد والاستكشاف والبحث عن طرق جديدة للوصول إلى حلول لمشاكل لا زلنا نجهد كيفية حلها، رغم كونها أصنافاً إلا أننا نعتبرها كطريق نحو إثبات علاقات مختلفة تمنحنا فهماً أوسع وتساعدنا في دفع عجلة البحث العلمي، بالإضافة إلى هذا سنجد أن هناك بعض المشاكل التي لها خصائص مميزة نستطيع من خلالها صياغة نظريات تساعدنا في تحقيق هدفنا المنشود بشكلٍ أفضل وأجمل.

2.0 الأصناف

P 1.2.0

وهو أكثر الأصناف وضوحاً وبساطة، ويُعرف:

تعريف الصنف P

صنف جميع مشاكل القرار التي يمكن حلها في وقت يمكن تمثيله باستخدام كثيرة حدود.

NP 2.2.0

وهو أهم الأصناف، له عدة تعريفات متكافئة، أهمها:

تعريف الصنف NP

صنف جميع مشاكل القرار التي يمكن التأكد من صحة حلولها في وقت يمكن تمثيله باستخدام كثيرة حدود.

ويمكن تعريفه باستخدام آلة تورنغ، حيث أن مشاكل هذا الصنف يمكن حلها باستخدام آلة تورنغ الغير مُحددة Nondeterministic في وقت يمكن تمثيله باستخدام كثيرة حدود.

NP-Complete 3.2.0

وهو مجموعة جزئية من NP ، ويحتوي على أصعب المشاكل الموجودة فيها، ويُعرف باستخدام خاصيتين اثنتين وتهمنا الثانية حيث تسمى خاصية التبسيط Reduction :

تعريف الصنف NP-Complete

نقول عن مشكلة L أنها تنتمي إلى الصنف NP-Complete إذا كانت تحقق الشرطين الآتيين:

$$L \in NP \text{ و}$$

• أي مشكلة $L' \in NP$ يمكن تبسيطها إلى L خلال وقت يمكن تمثيله باستخدام كثيرة حدود.

Co-NP 4.2.0

وهو الصنف المتمم للصنف NP ، ويعرف بأنه:

تعريف الصنف Co-NP

صنف جميع مشاكل القرار التي مُتممتها في الصنف NP .

علماً بأن متممة المشكلة هي المشكلة الناتجة عن عكس سؤال المشكلة الأساسية، ومثاله: إذا كان سؤال المشكلة الأساسية: "هل العدد أولي؟" يكون سؤال متممتها: "هل العدد ليس بأولي؟" .