

الرياضيات، وثقافة العبقريّة

فارس الحربي

faares@acm.org

23 يوليو 2020

ملخص

لطالما ارتبطت الرياضيات لدى غير المختصين ارتباطاً وثيقاً بالـ"العبقريّة"، ودوماً ما ينظر لمن يشتغل فيها على أنه "ذكي"، أو "عبقري"، وما إلى ذلك، لكن من يقرأ في الرياضيات، يُدرك أن الرياضيات لا علاقة لها بهذا كلّها، إذن لماذا كل هذه الهالة حولها؟ سأحاول في هذه المقالة، البحث عن جذور هذه الثقافة، وما يجعل غير المختصين يعتقدون أنها كذلك.

1 مقدمة

تقوم الرياضيات على أساس واضح وبيّن لكل من يعمل فيها، هذا الأساس هو: "دراسة العالم مجرداً، أي من ناحية كونه فكرة فقط"، أي أن الرياضيات علم يأخذ العالم ويضعه في قوالب منطقية، هذه القوالب المنطقية تمنح لعارفيها القدرة على الاستدلال على أمور لم يعاينها حساً، ولم ينظر فيها، فبمعرفة بعض المعلومات التي تخصها، ثم باستخدام القالب المنطقي الذي يعرفه، سيستطيع أن يستدل على خصائص لم يكن يعرفها قبلاً، ولإيضاح الفكرة بشكل أكبر، لنأخذ قانون مساحة المستطيل، ولنحاول فهم المعنى خلفه، وإيضاح المراد. نعلم أن مساحة المستطيل تعطى بالقانون الآتي:

الطول × العرض

لكن، ما معنى هذه العبارة؟ انظر لها كآلاتي: "الطول × العرض"، ولا تقرأها: الطول ضرب العرض، بل انظر فيها متجرداً من معارفك المسبقة التي تعرفها، ستجد بعد برهة أن تلك العبارة التي كانت في ذهنك، لم تعد تطبق على العبارة، سيحق لك بعدها أن تتساءل: إذن ما معنى هذا؟ ما الذي قضيت عمري أدرسه؟ .. تلك اللحظة التي تتجرد فيها من معارفك المسبقة، هي اللحظة التي ستبدأ فيها بفهم الرياضيات. لهذا، لنأخذ العبارة السابقة، ولنحاول تفكيكها وفهمها من جديد، حتى نصل إلى مرحلة نرى فيها العبارة السابقة برؤية مختلفة.

2 التعاريف.. الأساس الذي لا غنى عنه

لنفهم الأشياء، لا بد أن نعرفها، ولنعرفها نحن بحاجة إلى أن نجد لها تعبيراً واضحاً يمكننا استخدامه للدلالة عليها، هذا الأمر لا نقاش فيه بين الرياضيين، فلنأخذ قانون مساحة المستطيل، ولنطبق ما قلناه.

سأبتدئ بعبارات القانون اللفظية، ثم سأتي للرمزية، سنلاحظ الآن أنه يوجد لدينا لفظين في القانون: الطول، والعرض، هذان اللفظان هكذا بعيداً عن السياق، لا معنى لهما، ولا يدلان على شيء بحد ذاتهما، لهذا، سنحتاج إلى أن نهيمهما المعنى، هذا المعنى لا يمكننا أن نتحدث عنه دون المرور على المستطيل بحد ذاته، والذي سأعتبره هنا: شكل مغلق رباعي الأضلاع قائم الزوايا، أضلاعه المتقابلة متساوية في القياس [= لهما العدد نفسه من وحده القياس]، سنجد من التعريف أنه يوجد لدينا أربعة أضلاع، لكن كل ضلعين متقابلين منهما لهما نفس القياس، مما يحصر حديثنا في ضلعين.

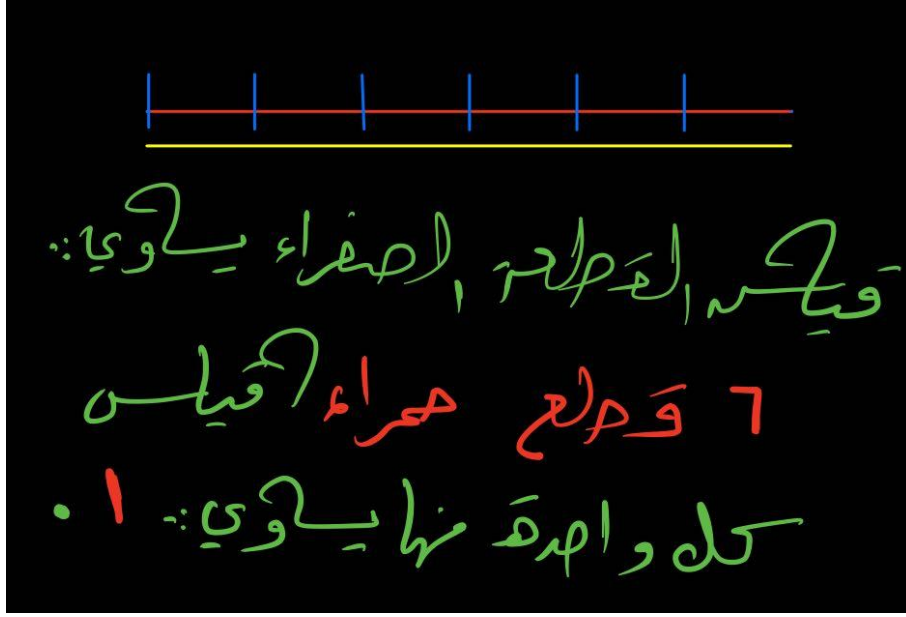
ولحديث عن قياس هذه الأضلاع، نحن بحاجة إلى تعريف وحدة قياس، وهي في العادة تكون إحدى وحدات القياس المعيارية، مثل السنتيمتر، والمتر، والكيلومتر، المتعارف عليها فيزيائياً، لكن علينا أن ننبه أنه ليس بالضرورة أن تكون وحدة القياس هذه معيارية، بل يمكن

استخدام أي شيء آخر يمكننا تثبيته كمرجع نقيس الأشياء نسبةً إليه: فقد تأخذ قطعة طويلة وسليمة من الخشب على أنها وحدة قياس، بحيث يكون قياس الضلع 5 قطع من قطعة الخشب-التي قننا بتثبيتها- مكررةً، أو 4، أو 2، أو ربما 100 تكرار من تلك القطعة. ومن المعلوم أيضاً أن المستطيل شكل ثنائي البعد، أي أنه يتكون من بعدين، بالتالي فإن أضلاعه أحادية البعد: أي أنها ذات بعد واحد، أي أن وحدة قياسها أحادية بالضرورة، لهذا سنقوم بتعريف لفظي الطول والعرض الذين ذكرتهما سابقاً بـ:

تعريف. 1 الطول هو عدد مرات تكرار وحدة القياس، للضلع الأكبر في المستطيل.

تعريف. 2 العرض هو عدد مرات تكرار وحدة القياس، للضلع الأصغر في المستطيل.

للتوضيح انظر للرسم التوضيحي الآتي:

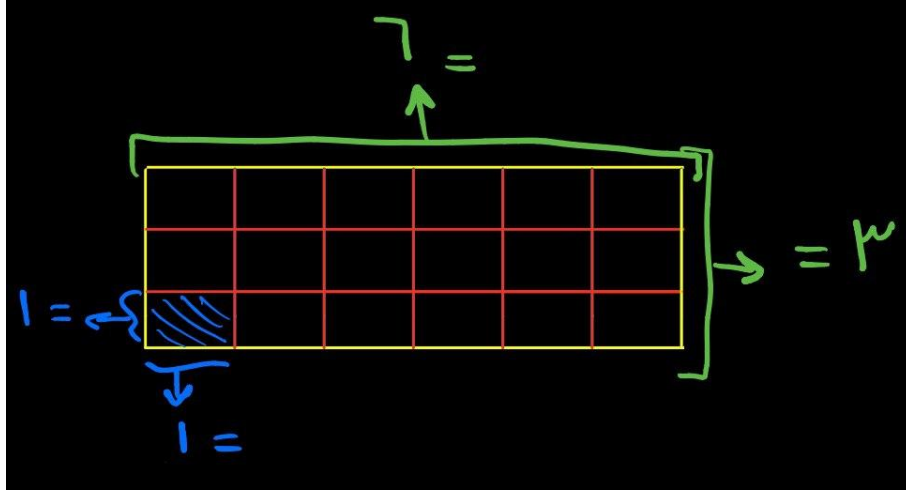


شكل 1: وحدة القياس هنا هي قطعة حمراء قياسها 1، لهذا يكون قياس القطعة الصفراء مساوياً لست قطع من القطعة الحمراء.

الآن، بعد أن قننا بتعريف الألفاظ، نحن بحاجة إلى البحث عن معنى المساحة، سنجد أن المساحة مفهوم ثنائي البعد، أي أنها تتكون من بعدين، أي أنه لقياسها نحتاج إلى وحدة قياس ثنائية البعد، ونظراً لأن المربع هو الشكل الثنائي الذي تكون جميع أضلاعه متساوية، فبالتالي فإنه يعد شكلاً جيداً لوحدة القياس، فنقول: سنتيمتر مربع، متر مربع، كيلومتر مربع، وما نعيه أن شكل وحدة القياس انتقل من كونه أحادي البعد [بجرد عمق في اتجاه واحد]، إلى كونه ثنائي البعد [عمق في اتجاهين]. وبعد أن عرفنا المساحة وشكل وحدة قياسها، سنقوم بتطبيق ما عرفنا على المستطيل، بحيث سنقوم بتجزئة المستطيل إلى وحدات قياس مربعة، كما هو موضح في شكل 2، الآن، أصبح الشكل واضحاً لدينا، بعد أن قننا بتقسيمه إلى مربعات صغيرة.

3 العمليات.. والنظر من زوايا أخرى في الرياضيات

نحن نعرف أن عملية الضرب، ما هي إلا تكراراً لعملية الجمع، إذن ما دخل عملية الضرب بين الطول والعرض؟ لماذا وضعناها بين الطول والعرض في قانون مساحة المستطيل؟ التي نظرة على شكل 2، سنجد أنه يمكن النظر إليه باعتباره: 6 مربعات مكررة 3 مرات، أو 3 مربعات مكررة 6 مرات، لو كنت دقيقاً وتنبهت للفظ التكرار، سنجد أننا قلنا الشيء نفسه: أي أنه تم جمع 6 مربعات لثلاث مرات: $6+6+6$ ، أو تم جمع 3 مربعات لستة مرات: $3+3+3+3+3+3$ ، لاحظ هنا أنه قد وجد تكراراً لعملية الجمع، ونحن نعلم أن عملية الضرب هي تكرار لعملية الجمع، بالتالي يمكن أن نكتب الآتي: 6×3 ، أو الآتي: 3×6 نظراً لأن عملية الضرب إبدالية.



شكل 2: تكون لدينا مستطيل، طوله يساوي 6 وحدات، وعرضه يساوي 3 وحدات.

ولأن مساحة الشكل، هي مقدار ما يتسع له الشكل في بعدين، فنستطيع القول هاهنا، أن مساحة المستطيل أعلاه تساوي: $6 \times 3 = 3 \times 6 = 18$ مربعاً من وحدة القياس. وبعد أن توصلنا إلى طريقة لحساب مساحة مستطيل طوله يساوي 6، وعرضه يساوي 3، يأتي هنا الآن التفكير الرياضي ذي الطابع التعميمي: فنقول، أنه لأي مستطيل طوله m وعرضه n فإن مساحته تساوي دائماً:

$$n \times m$$

هذه العبارة أعلاه هي ذاتها العبارة الآتية وفق التعاريف التي ذكرتها في بداية المقالة:

$$\text{الطول} \times \text{العرض}$$

4 إذن ما هي الرياضيات؟

من المذكور أعلاه، نجد أننا فُنا بأخذ أحد الأشكال، وجعلناه قابل للقياس، ولم نكتفي بجعله قابل للقياس بل وأوجدنا طريقة عامة لحساب مساحته، فلو أعطيتني قياس ضلعين مختلفين في أي مستطيل سأستطيع أن أخبرك بمقدار ما يتسع له دون أن أعيناه حساً، وأيضاً أوجدنا علاقة تربط خصائصه: فلو أعطيتني مساحة أي مستطيل وقياس أحد أضلعه، سأستطيع بعمليات عكسية [سأترك لك أيها القارئ المجال للتفكير فيها] أن أعرف قياس الضلع الآخر، بدلالة المساحة وقياس أحد الأضلاع فقط.

ما فعلناه، هو أننا فُنا بإنشاء قالب منطقي للمستطيل، منحنا معرفة واسعة عنه، هذا الفعل أعلاه هو التفكير الرياضي، وهو ما يجب أن يعتقد الناس أنه العبقريّة، فالرياضيات هي النظرُ المجرد في الأشياء بغية اكتشافها بشكلٍ مجرد، وجعلها قابلة للقياس، والنظر لها من زوايا مختلفة، بحيث يمكننا أن نستفيد منها بالطريقة التي تعطينا أفضل ما فيها.

ما يحدث، أنه مع مرور الزمن، تنتقل هذه الأفكار من قوالب إلى أخرى، وتفقد معناها البديهي حين النظر لها لأول مرة، فيظن من يراها أنها طلاس لأنه لا يدرك مقصود أهلها بها، وكذلك على هذا علم الجبر، ففي عهد الخوارزمي، لم يكن تتاول الرياضيات بالرموز بل بالألفاظ، ولك يا سيدي القارئ أن تعود لكاتبه الجبر والمقابلة، وترى المعادلات الجبرية بنظرة مختلفة تماماً عما عهدته في المدارس.

وأيضاً، حركة التعميم في الرياضيات تُخرج أحياناً بعض الأمور من سياقها المعلوم إلى سياق جديد أوسع، فمثلاً كان النظر إلى الرقم 0 على أنه تمثيل للاشياء في البداية، ثم انتقل إلى كونه عنصر الحياد لعملية الجمع، حتى توسع مفهوم الحياد إلى بنى جبرية مختلفة، فلم نعد ننظر مثلاً لمجموعة الأعداد الصحيحة مع عملية الجمع على أنها مجرد مجموعة وعملية، بل أصبحنا ننظر إليها باعتبارها بنية جبرية نطلق عليها الزمرة، فأخذنا الخاصية الموجودة في الأعداد الصحيحة مع الجمع، وأخرجناها -عممناها- إلى كونها بنية جبرية أوسع، وانتقلنا من دراسة الأعداد الصحيحة والجمع إلى دراسة بنية الزمرة ثم تطبيق ما نعرفه في بنية الزمرة على المجموعة والعملية.

هذه الانتقالات، لا يمكن فهمها دون العودة إلى الفضاء الضيق والإلمام به بشكل تام ثم الانتقال إلى الأوسع، لأن فهم الفضاء الأوسع يستند وبشكل أساسي على الفضاء الذي أخذ منه، وما يحدث أنه في تعليمنا في العادة لا يُهتم بالأساسيات، فلماذا تجد الغالبية العظمى من الناس مشكلة في فهم هذه الرموز، وتظن أن الأمر عائدٌ إلى حماقةٍ فيها، لكن إن الأمر يعود فقط لمشاكل في تعليمهم.

بطبيعة الحال، لا يمكن رمي المشكلة كلها على التعليم والتطورات الفكرية عبر الزمن، بل أيضاً هناك جزء تتحمله الرياضيات، فالرياضيات كما الفن، يختلف العاملون فيها في فهمها، فكما تجد فنانياً يهتم بالتفاصيل وذا نظرٍ دقيق، وآخر يتعد عنها ولا يولي اهتماماً إلا للصورة العامة، فكذلك أهل الرياضيات، يختلفون في فهمها باختلاف استعداداتهم النفسية وأمزجتهم: لهذا تجد الكثير من الرياضيين مصابين ببعض الأمراض النفسية، لأنها تتطلب مزاجاً عالياً، ونفسية قوية.

5 ملاحظات

- كتبت هذه المقالة، بلغة قصدت فيها خطاب غير المختصين، وأخليت عن قصد ببعض الجوانب التقنية الخاصة ببعض الأجزاء أعلاه، رغبةً في تبسيط الأفكار.
- للمزيد:

• <https://terrytao.wordpress.com/career-advice/does-one-have-to-be-a-genius-to-do-maths/>